

APELLIDOS:
NOMBRE:

NOTA:

Eamen Final. Cálculo. Grado en Ingeniería Informática
10 de julio de 2017. Duración 3h.

1. Calcule, o justifique que no existen, los siguientes límites:

(a) (1 punto) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3 + 5n + 3}{3n^3 + 2n^2 - 1} \right)^{2n+3}.$

(b) (1 punto) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{2n^4 + 1}}.$

2. (a) (1 punto) Determine el radio y el intervalo de convergencia I de las series de potencias:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} \quad \text{y} \quad \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^{n-2}.$$

- (b) (1 punto) Sea $f(x)$ la función que define la suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ en el interior de su intervalo de convergencia. Obtenga $f(x)$, y calcule el valor de la función suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ en el punto $x = \frac{1}{5}$.

3. (2 puntos) Dada $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x, y) = \begin{cases} y \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Se pide:

- (a) Estudie la continuidad en \mathbb{R}^2 .
(b) Determine las derivadas parciales en el origen y estudie la diferenciabilidad en \mathbb{R}^2 .
(c) Calcule, si existe, la derivada direccional de $f(x, y)$ en el punto $(0, 0)$ según el vector $\bar{v} = (1, 1)$.
4. (a) (1 punto) Encuentre los extremos relativos, si los tiene, de la función $f(x, y) = x^2y^3 + x^2 + 6y^2$.
(b) (1 punto) Calcule los extremos absolutos, si los tiene, de la función $f(x, y) = xy$ con la condición $4x^2 + y^2 = 4$.
5. (a) (1 punto) Si $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3x\}$, calcule

$$\iint_D xe^y dx dy.$$

- (b) (1 punto) Si $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq x \leq y\}$, calcule mediante el cambio de variable a coordenadas polares

$$\iint_D \frac{1}{1 + 4x^2 + 4y^2} dx dy.$$